

# シミュレーションひずみ法による 熱処理変形と残留応力の説明

Explanation of Distortion and Residual Stresses Due to Heat Treatment  
Using Simulated Strains-Based Approach

有本 享三\*

ARIMOTO Kyozo

**Synopsis:** Distortion and residual stress in steel parts due to heat treatment affect directly performance and life of assembled products. A trial and error method has been used traditionally to solve the problems, which requires a lot of time and cost. In the 1970s, heat treatment simulation realized based on theoretical studies for predicting a variety of quantities, temperature, volume fraction of metallic phase, stress, strains, and so on, during the processes. Into the 2000s, an approach was established to explain the origin of distortion and residual stress based on the simulated results, especially various kinds of strains, which is called as the simulated-strain based approach by the author. Here, applications of the approach to some simple-shaped parts are described to clarify how to explain the origin of distortions and residual stresses, after reviewing fundamental researches related to this subject.

**Keywords:** distortion; residual stress; heat treatment simulation; simulated strains-based approach.

## 1. はじめに

鋼製部品は熱処理によって要求されたミクロ組織をその内部に得るが、その際には変形と残留応力がもたらされる。このような部品から組み立てられた製品の性能と寿命には、熱処理変形と残留応力が影響を及ぼすことになる。そこで、熱処理変形と残留応力の最適化は古くからの課題となっており、主には多大な時間とコストを要する試行錯誤法によって解決がはかられてきた。

この間には、単純な形状の試験片で熱処理実験を実施し、得られた熱処理変形と残留応力の発生理由の説明が試みられてきている。その結果、熱処理変形と残留応力の傾向が特定の熱処理条件と関係づけられることが明らかになってきた。しかし、利用できる情報は、変形と残留応力の他には、硬さの分布、内部の温度変化の計測値あるいは予測値といった程度であるため、現象に対して十分な説明が得られるまでには至らなかった。

有限要素法の開発が進展することにより、1970年代になると熱処理シミュレーション手法の研究がテーマとして出現するようになった<sup>1,2)</sup>。この研究からは、シンプルな形状ではあるが、熱処理中の部品における、温度、相の体積

分率、応力、ひずみなどの時々刻々の変化を予測するための手法がもたらされた。そして、1990年代には熱処理シミュレーションの商用ソフトが実現することになるが、その利用の目的は主として従来の試行錯誤法を支援するための数値実験に限られていた。

2000年代に入ると、シミュレーションの理論とそこから得られる情報に基づき、熱処理変形と残留応力の発生メカニズムを解明するための手法が筆者によって見出された<sup>3)</sup>。これは、シミュレーション結果として得られる弾性、熱、塑性、変態、変態塑性などのひずみが変形と応力に寄与する経過を把握するための手順であり、ここではシミュレーションひずみ法(simulated strains-based approach)と呼ぶことにする。現在、この方法は、長尺物、円柱、リングなどの単純形状の熱処理試験片に適用され、その有効性が確認されている。

この寄稿では、シミュレーションひずみ法が出現する前の熱処理変形と残留応力に関する知見についてレビューする。そして、シミュレーションひずみ法とその適用事例について述べる。

原稿受付日：2020年7月22日

\* (有) アリモテック 取締役

## 2. 熱処理変形と残留応力に関する知見

熱処理を施した鋼製部品には新たなミクロ組織が生じ、それとともに形状が変化して応力が発生する。このような熱処理における変形と応力に対しては、それぞれ一般に熱処理変形と残留応力という用語が使用されている<sup>4)</sup>。このような現象の存在は古くから知られており、実験と理論による研究とそれに基づく発生理由の説明が試みられてきている。以下では、現象がどのように認識され、そしてシミュレーションひずみ法の出現前には、その発生理由がいかに説明されていたかについて、いずれも特徴的な事例を選んで概説する。

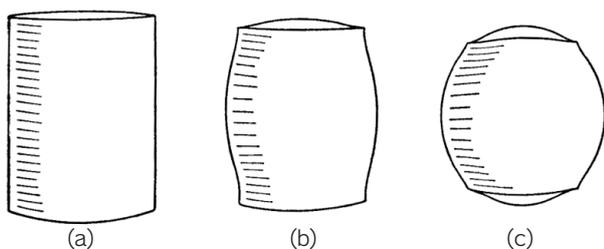
### 2.1 熱処理変形

#### 2.1.1 現象の認識

鍛冶職人は、焼入れの過程でその対象物に変形が生じることを経験的に認識していた<sup>5)</sup>。特に、日本刀の焼入れにおいてはその反りの変化を目視することができた。たとえば、俵<sup>6)</sup>は、古文書の“撰刀記”に“剣は両刃なので焼入れによって反りは出ないが、刀は形態が違うので水や湯に投入すれば必ずと反りが付くものである・・・(中略)・・・反りが出ないようにしたければ前かがみに作って焼入れすればよい(原文の現代語訳は筆者による)”との記載があることを紹介している。

俵の下で日本刀の製作に関わった岩崎<sup>7)</sup>は、日本刀の焼入れの過程で生じる反りについて、“刀をこの水の中に突込むと・・・(中略)・・・沸きかえる湯の中から、切尖がグウツ反りあがってくる・・・(中略)・・・焼を入れる前には刀は真直ぐなもので、それが、この焼入れによって刀特有の湾曲が自然に生ずるのである”と述べている。

鋼円柱の焼入れでは、そこに生じる変形を目視で確認することは容易ではない。Whiteley<sup>8)</sup>は、Fig.1に示すように、水焼入れを繰り返すことでその形状が認識できるようになることを明らかにした。用いたのは直径が88.9 mmの軟鋼(0.05%C, 0.01%Si, 0.08%P, 0.05%S, および0.45%Mn)の円柱で、その加熱温度は700℃から



(a) Initial shape. (b) After 200 quenchings.  
(c) After 800 quenchings.

Fig.1 Warping of soft steel cylinder through repeated water quenching.

850℃の範囲であった。800回の焼入れ後、円柱の長さは19 mm程度収縮した。なお、Fig.1は、Whiteleyが報告した焼入れ試験片の外観写真に基づいて磯村<sup>9)</sup>が描いた図である。

同様の繰り返し水焼入れが、PortevinとSourdillon<sup>10)</sup>によって0.42%C-0.90%Mn鋼円柱(直径25 mm, 長さ125 mm)に適用された。このケースでは円柱が伸び、その量は、850℃からの25回の焼入れで6.2 mm, 50回の焼入れで10.6 mm, そして850℃から900℃の範囲からの焼入れで16.1 mmであった。

その後、鋼円柱の熱処理変形については、系統的に条件を設定した実験によって研究がなされた。たとえば、服部<sup>11)</sup>は4種の工具鋼の円柱試験片に対して熱処理による直径と長さの変化を調べた。用いた円柱の寸法は、直径15 mmで長さ20から120 mm, そして直径5から12.5 mmで長さ100 mmであった。直径と長さの変化が焼入れの前後と焼戻しの後で測定された。同様に、Ameen<sup>12)</sup>は、5種の鋼と純鉄の円柱の直径と長さの変化を複数条件での焼入れの前後で測定した。円柱の寸法は、直径5 mmで長さ15と50 mm, 直径25 mmで長さ145 mm, 直径50 mmで長さ10と50 mmであった。

アンモニアガス窒化によって鋼板に生じる曲りが、CunninghamとAshbury<sup>13)</sup>によって報告されている。片面がスズめっきされたNitalloy鋼(Al-Cr-Mo鋼)の板(76.2×12.7×1.59 mm)が、500℃から505℃の温度で30, 50, および80 h窒化された。板の中央には、それぞれの時間において2.4, 2.9, および3.6 mmの変位が生じたことが、処理後の外観写真とともに報告されている。

その後、Mailänder<sup>14)</sup>は直径の異なるAl-Cr鋼円柱試験片(長さ120 mm, 直径4から24 mmの10レベル)を500℃で96 hアンモニアガス窒化し、直径の違いが試験片の直径と長さの変化に影響を与えることを明らかにした。そして、変形だけでなく、断面の残留応力分布を測定している。円柱の直径と長さの変化はすべて増加となるが、特に直径10 mm未満の円柱に顕著な伸びが生じることが報告された。

Sienzら<sup>15)</sup>は、オーステナイト系ステンレス鋼(DIN X5CrNi18.10)の板(30×10×1 mm)の片側窒化で生じる曲りの変化をその場測定した。鋼板の片面に窒素の低エネルギー注入法が適用され、板の長手方向3点で生じる曲り変位が、400℃で63 minの窒化中、および窒素供給を停止してからの90 minの間に連続測定された。得られた曲りの曲率の変化に基づき、窒化層の平均応力の変化がStoneyの式<sup>16)</sup>を用いて推定された。63分間窒化された板における窒素濃度の深さ方向分布がグロー放電光学分光法で測定された。

2.1.2 発生の理由

熱処理変形に関する初期の研究は、一般に、系統的に条件設定された実験結果の特徴を整理して記録するといった内容であった。しかし、日本刀の焼入れについては、古くからその反りが生じる理由<sup>5)</sup>が考察されてきた。菊田の1933年の著作<sup>17)</sup>には、反りが発生する理由として“焼刃の方はマルテンサイト組織となり、地鉄および棟部はトールタイト組織で、刃部の方が幾分膨脹するためである”との説が記されている。そして、焼入れ鋼はそうでない鋼に比べ若干比重の小さいことを実測値によって明らかにしている。

長尺物の焼曲りの例として、服部<sup>11)</sup>は円柱試験片を片側から冷却した際の曲りの原因を考察した。試験片は直径15 mmで長さ120 mmの円柱で、Armco鉄、炭素工具鋼(1.46% C, 0.361% Cr, 0.081% Ni)、および低タングステン鋼(1.03% C, 0.102% Cr, 1.02% W, 0.110% Ni)によって製作された。Fig.2に示すように、試験片を温度18℃、流速0.5 m/s、厚さ1 mmの水膜中に差し込むことで、上面からのみの冷却を実現させた。冷却中の曲り形状は、円柱を上から見て、冷却の進行によって最初は凹、次いで凸に変化したとの報告がある。円柱断面の硬さ測定から、低タングステン鋼は完全硬化、炭素工具鋼は上半分のみの硬化、そしてArmco鉄は全面で無硬化であることが確認された。

服部<sup>11)</sup>は、冷却後の円柱における曲り形状をFig.3に示すように報告している。Armco鉄および低タングステン鋼の円柱の中央変位は、いずれも0.65 mm程度であった。この変位は、それぞれを800℃および840℃に再加熱・徐冷(焼戻しと称している)してもほとんど変化しなかった。一方、炭素工具鋼の円柱の中央変位は、780℃

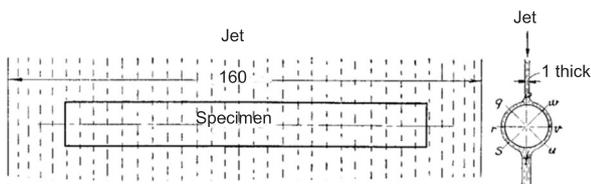
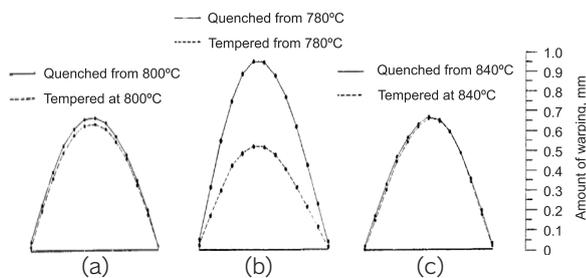


Fig.2 Method to quench steel cylinders from a single side.



(a) Armco iron. (b) Carbon tool steel. (c) Low tungsten steel.

Fig.3 Bending in steel cylinders after quenching and tempering.

の焼入れで約0.95 mmであったものが、再加熱・徐冷後には0.5 mm程度に低下した。この中央変位が減少した理由について、服部は、再加熱・徐冷でマルテンサイトが消滅して一様な相になったことを挙げている。さらに、この処理の後に残留した曲りは、塑性現象からの寄与分に相当するものであると指摘している。そして、日本刀の焼入れによる反りに対しては、この炭素工具鋼と同様、相の密度差と塑性現象の二要因が存在することを示唆した<sup>18)</sup>。

筆者らは日本刀の反りに対して服部<sup>18)</sup>が提唱した二要因説を検証するため、日本刀本来の鋼、S55C鋼、そしてSUS304鋼を用いて日本刀断面を持つ280 mm長さの試験片を製作し、これらに対する伝統的な焼入れ処理を刀匠に依頼した。その結果、Fig.4に示すように、日本刀本来の鋼とS55C鋼だけでなく、SUS304鋼の試験片においても反りが生じ、それぞれの曲率は3.5、4.5 および8.9 mであった<sup>5)</sup>。

磯村は、鋼板の片側冷却における曲りの変化を調べるために試験装置を開発した<sup>9, 19)</sup>。Fig.5に示すように、焼入れ温度で水平に保持された板試験片は、水面の上昇によって冷やされる。冷却中の板中央における変位の変化は、自記装置によりFig.6に示すグラフとして記録される。板にはまず上から見て凸の曲りが発生するが、その後は元の形状の方に戻される。最終的な曲りは、条件によって図(a)のように凸、あるいは図(b)のように凹となった。磯村は、この試験片の曲りに対する塑性現象の寄与について考

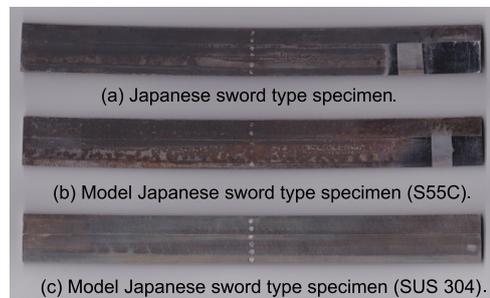


Fig.4 Appearances of Japanese sword type specimens after quenching.

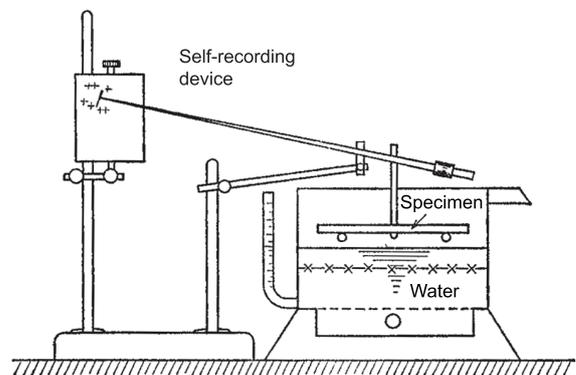


Fig.5 Self-recording for changes of bending in plate during its one-sided cooling.

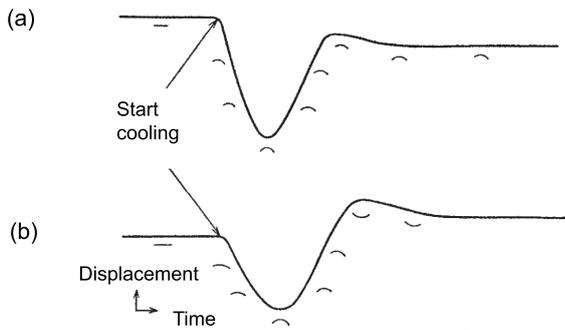


Fig.6 Self-recorded curves of bending displacement at center of plate.

察している。

浸炭焼入れ変形の基礎データを得るため、Larson<sup>20)</sup>およびHenriksenら<sup>21)</sup>は、Ni-Mo鋼(AISI 4620)とMo鋼(AISI 4024)の板の片面をNiめっきで浸炭防止し、浸炭焼入れ後に生じる曲りについて調べた。板は長さが100 mmで幅が20 mm、厚さは1.3から3.2 mmの間における5レベルに設定された。薄い試験片の方が曲りは顕著で、いずれも浸炭側から見て凸の形状となった。この実験に対するLarson<sup>20)</sup>のシミュレーションは実験との一致が芳しくなかったが、その後のPrantilら<sup>22)</sup>による再シミュレーションでは大幅な改善が見られた。この実験の特徴は、厚さ1.3 mmの板では炭素濃度の分布が線形とみなせるので、浸炭過程で生じる曲り量が単純計算で推定できることにある。このことは曲りの発生理由の追及において有効となる。

実部品の高周波焼入れで生じる変形の特徴を把握するため、筆者ら<sup>23)</sup>はS45C鋼リングを用いた実験結果に対してシミュレーションを適用した。外径が100 mm、内径が25, 50および75 mm、高さが25 mmのリング試験片に対し、外側面に硬化深さ2 mmねらいの高周波焼入れが実施された。内径50 mmのリング断面の熱処理変形に対し、Fig.7に示すように実験とシミュレーションの結果が比較された。リングには、その断面が中心軸に向かって全体的に収縮するという変形が生じる。この変形の原因に対し、応力と塑性ひずみの円周方向成分の分布に基づく説明

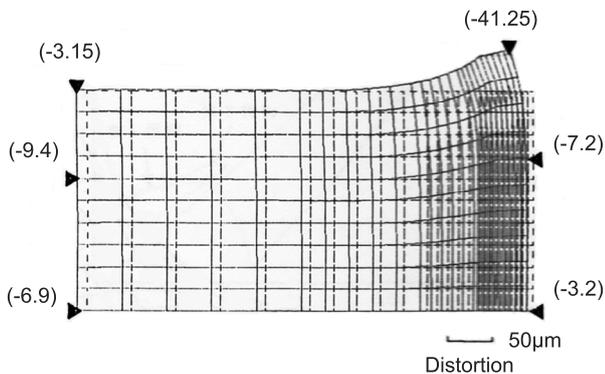


Fig.7 Simulated distortion in right section of induction hardened ring with measured data.

が試みられている。同様にリングの焼戻し変形に対しても、その発生理由に対する考察が示されている。

実部品の浸炭焼入れで生じる変形の特徴が、山中ら<sup>24)</sup>によってSCM420鋼リングを用いた実験とシミュレーションによって調べられた。リング試験片の寸法は外径75 mm、内径25 mm、高さ10 mmで、これを930℃の浸炭温度から850℃に下げた後、130℃の油中で冷却した。リング断面の熱処理変形の実験結果は、Fig.8に示すように変態塑性現象を考慮したシミュレーションと良好に一致した。この研究では、変形に対する変態塑性の効果が、条件を変更した複数のシミュレーションによって確認された。

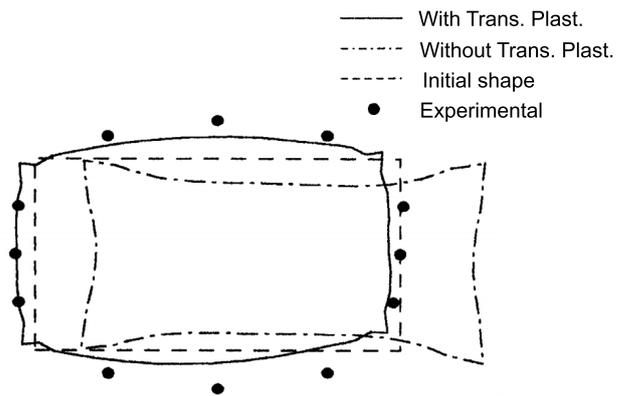


Fig.8 Simulated distortion in right section of carburized-quenched ring with measured data (100 times enlarged).

## 2.2 残留応力

### 2.2.1 現象の認識

Timoshenko<sup>25)</sup>の著作には、残留応力に関する19世紀中ごろの研究についての記載がある。これは、負荷中に塑性現象が生じた試験体を除荷した後に生じる応力を理論的に研究したものである。さらに、同時期には、弾塑性曲げのはりに生じる残留応力分布が、理論的研究によって予測されていたことが紹介されている。

残留応力の測定については、Stoney<sup>16)</sup>が1900年代のはじめに板のめっき膜に生じる長手方向成分を、板の曲りの曲率から求める手法を報告した。その後、Heyn<sup>26)</sup>は、円柱試験片の軸方向残留応力の分布を、その表面の旋削による円柱の長さ変化から求めた。Scott<sup>27)</sup>は、円柱の焼割れ時の応力に関する研究のため、Heynの残留応力測定法と当時の近似的な焼入れ応力解析法を用いた<sup>28)</sup>。この解析法は改良され、Maurer<sup>29)</sup>は、高温域では鋼の熱膨張と変態膨張、そして低温域ではその弾性を考慮することで熱処理による残留応力を求めた。

焼入れ現象の実験的研究をより厳密化するため、田中<sup>30)</sup>は同一試験片に対して変形と残留応力の測定を試みた。使用した円柱焼入れ試験片には、Fig.9に示すように両端面から内部にいくぶん入った位置に円周V溝を設け、

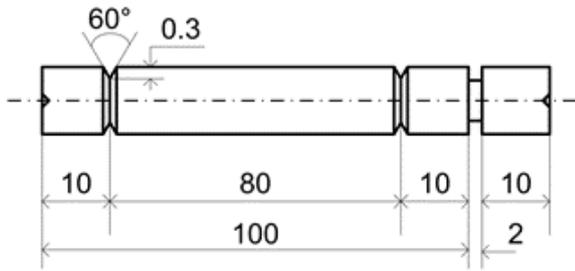


Fig.9 Example of Tanaka's specimen.

端部の複雑変形を除外した伸びを測定した。V溝間の距離の精密測定が、熱処理前後での長さ、そしてHeyn法による残留応力の測定のために実施された。

円柱の残留応力測定はSachs<sup>31)</sup> によって改良され、基本的には試験片中心に設けた孔を拡大する際の長さとお径の変化の逐次測定により、軸方向だけでなく円周方向と半径方向の成分を得ることが可能になった。この方法は、Bühlerら<sup>32, 33)</sup> により、種々の鋼種の円柱において異なる熱処理条件の下に発生する残留応力の測定に用いられた。

国内では、磯村と佐藤<sup>34, 35)</sup> により、Sachs法が実用鋼円柱の焼入れ残留応力の測定に適用された。試験片の孔を拡大するごとに、その表面に設けたひずみゲージによって軸方向と円周方向ひずみの変化が測定された。この穿孔には、放電加工と10%硝酸水溶液による腐食法が用いられた。磯村<sup>35)</sup> は、鋼円柱試験片の水焼入れ、油焼入れ、そして高周波焼入れから得られた、合計48ケースの残留応力測定の結果について報告している。一例ではあるが、Fig.10は、三種の水焼入れ低Cr鋼円柱における残留応力分布の測定結果を筆者が描き直した図である。

AISI 316ステンレス鋼円板の低温窒化後における残留応力が、Christiansen<sup>36)</sup> によって測定されている。直径13 mm、厚さ2 mmの円板の窒化が、温度445℃で22 h、窒化ポテンシャル0.293, 2.49, ∞の三条件で実

施された。その結果生じた深さ方向の応力分布が、薄層をダイヤモンドペースト研磨で段階的に除去した表面でのX線測定から得られている。

なお、ここでは、日本刀断面における残留応力に関する初期の研究について触れておくことにする。その断面での長手方向成分が刃先側で圧縮となることが、1990年代のはじめに藤原と英<sup>37)</sup> が行ったX線残留応力測定の結果として報告されている。

### 2.2.2 発生の理由

Maurer<sup>29)</sup> が、焼入れ円柱に生じる残留応力を理論的に求めたことについてはすでに述べた。この方法は、本多と広根<sup>38-40)</sup> によって改良され、直径800 mmのNi-Cr鋼円柱において、それを厚さ200 mmの鑄型中で冷却した際に生じる残留応力の計算に適用された。この解析では冷却過程のみが対象とされており、オーステナイトからの拡散型変態による相の密度差が考慮されている。弾性ひずみについては、設定した温度で生じるとの仮定がなされている。この理論計算は、塑性現象を考慮していないが、残留応力の発生理由の一部を簡易モデルによって説明したものとなっている。

熱処理シミュレーションの研究段階では、開発されたプログラムが実験で得られた円柱の残留応力分布との比較によって検証された。このような検証事例には、井上と田中<sup>41)</sup> による0.43%炭素鋼、Rammerstorferら<sup>42)</sup> によるFe-Ni合金、Mitterら<sup>43)</sup> による純鉄、Denisら<sup>44)</sup> による60 NCD 11鋼の円柱において水焼入れ後に発生した残留応力との比較があげられる。この内、RammerstorferらとDenisらによる検証から、残留応力分布には変態塑性が大きく寄与することが明らかになった。

Koistinen<sup>45)</sup> はSAE 8620鋼板の浸炭焼入れ残留応力を測定しただけでなく、その分布の発生理由についての

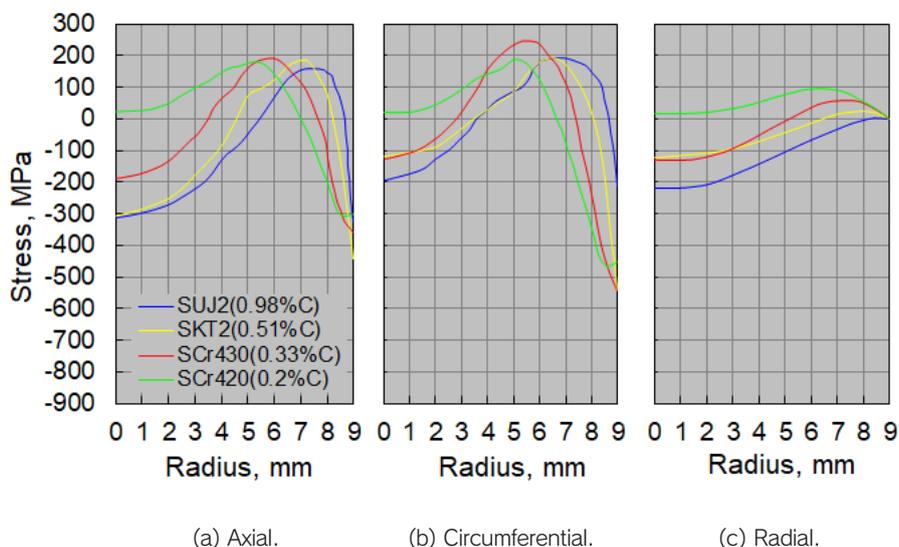


Fig.10 Experimental residual stress distribution in Cr steel cylinders.

説明を試みた。板試験片(41×41×13 mm)は、916℃で7.5 h浸炭の後に43℃の油中で冷却され、その後149℃で0.5 hの焼戻し処理を受けた。浸炭深さは1.14から1.40 mmで、圧縮残留応力の絶対値は深さ0.76 mmにおいて最大となり、深さ0.025 mm付近ではほぼゼロに近づくことが明らかにされた。

Koistinen<sup>45)</sup>は、この圧縮残留応力の発生が、従来の試験片表面側の炭素の高濃度域とそれ以外の領域との密度差によるものではなく、表面側でのMs低下によるマルテンサイト変態発生の遅延から生じるものであると指摘した。そして、その報告では、“表面がマルテンサイトに変態中、それに伴う表面の膨張は、すでに変態が終了した内部の存在によって妨げられ、その結果として表面部には圧縮応力、そして中心部には引張応力が発生する”と述べている。

### 3. シミュレーションひずみ法

有限要素法による拡散、熱伝導、応力・ひずみの解析機能に相変態の予測機能を付加することより、1970年代には熱処理現象のシミュレーションについての研究が現れた。この研究が実用化されて熱処理シミュレーションが普及し、そして2000年代のはじめになって、熱処理変形と残留応力の発生理由を説明するためのシミュレーションひずみ法が考案された<sup>3)</sup>。

以下では、熱処理シミュレーションについて概説し、それに基づいて考案されたシミュレーションひずみ法の本質について述べる。

#### 3.1 熱処理シミュレーションの概要

熱処理シミュレーションは、複雑形状の部品を熱処理した際に生じる現象を数値計算によって追跡するためのシステムであり、そこには、拡散、熱伝導、電磁場および応力・ひずみなどの複数の物理現象の連成解析と相変態予測の機能が含まれる<sup>3)</sup>。

熱処理時の部品の温度変化は熱伝導解析、そして浸炭焼入れや窒化での炭素や窒素の拡散による濃度の変化は拡散解析によって予測される。一方、高周波焼入れにおいて部品の表面下に生じる誘導電流は電磁場解析、そして変形や応力については応力・ひずみ解析で求められる。相変態予測の機能からは各相の体積分率が得られる。

各解析機能の間では、温度、濃度、応力、各相の体積分率などの種々の物理量データがやり取りされる。そして、多相状態での各種の材料特性データの複合値 $\chi$ は、予測された各相の体積分率 $\xi_i$ と指定された特性データ $\chi_i$ に対し、複合則モデル：

$$\chi = \sum_i \xi_i \chi_i \quad (1)$$

を適用することによって求められる<sup>3)</sup>。

#### 3.2 シミュレーションひずみ法の本質

シミュレーションひずみ法は、変形と残留応力の発生メカニズムを主としてその対象物に生じる各種のひずみに基づいて解明するための手法である。この方法は、各種のひずみがシミュレーションによって得られるようになったことで実現した。熱処理シミュレーションでは、Fig.11の概念図に示すように、熱処理対象部品の微小部分に種々の要因によって生じるひずみが求められ、応力と変形との関係を考慮してその変化が追跡される。

微小部分に生じるひずみの内、時刻 $t$ における弾性ひずみ ${}^t\varepsilon_{ij}^E$ は原子間距離の変化に関係する量であり、その時刻に生じる原子間力に対応する量の応力 ${}^t\sigma_{ij}$ との間には

$${}^t\varepsilon_{ij}^E = {}^tC_{ijkl} \cdot {}^t\sigma_{kl} \quad (2)$$

の線形の関係式が成り立つ。ここに、 ${}^tC_{ijkl}$ はコンプライアンステンソルと呼ばれ<sup>3)</sup>、この成分にはヤング率とポアソン比が含まれている。

温度変化および金属結晶の格子間への原子(炭素、窒素など)の侵入によって微小部分は膨張するが、この効果はそれぞれ熱ひずみ ${}^t\varepsilon_{ij}^{TH}$ と拡散ひずみ ${}^t\varepsilon_{ij}^D$ で表現することができる。一方、応力が降伏点を超えると塑性ひずみ ${}^t\varepsilon_{ij}^P$ が発生するが、これは応力の偏差成分 ${}^t s_{ij}$ に関係する。相変態により変態ひずみ ${}^t\varepsilon_{ij}^{TR}$ と変態塑性ひずみ ${}^t\varepsilon_{ij}^{TP}$ が生じ、前者は相変態による膨張、後者は相変態中の応力下での塑性現象に対応する。その他、高温でクリープ現象が生じる場合には、クリープひずみ ${}^t\varepsilon_{ij}^C$ を考慮する必要が生じる。なお、変態塑性ひずみとクリープひずみは、塑性ひずみと同様、その発生には応力の偏差成分 ${}^t s_{ij}$ が関係する。

以上の各種のひずみを合計したものは時刻 $t$ における全ひずみ ${}^t\varepsilon_{ij}$ と呼ばれ、つり合い式

$${}^t\varepsilon_{ij} = {}^t\varepsilon_{ij}^E + {}^t\varepsilon_{ij}^{TH} + {}^t\varepsilon_{ij}^D + {}^t\varepsilon_{ij}^{TR} + {}^t\varepsilon_{ij}^P + {}^t\varepsilon_{ij}^C + {}^t\varepsilon_{ij}^{TP} \quad (3)$$

によって求められる<sup>3)</sup>。全ひずみ ${}^t\varepsilon_{ij}$ を対象物にわたって総合することで、その形状の変化が求められる。形状の熱処理前後での変化は熱処理変形、そして熱処理の最終状態で

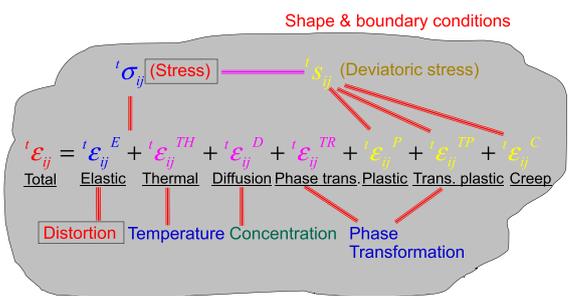


Fig.11 Relationship between distortion and stress-strains.

の応力は残留応力と見なされる。応力と弾性ひずみとの間には線形の式(2)で関係づけられるので、通常、両者の分布形状は似通っている。なお、部品の変形と残留応力に対しては、Fig.11に示唆したように部品の形状と拘束条件が影響を及ぼしている。

シミュレーションひずみ法では、最初に、着目している熱処理変形と残留応力の分布の分析に適した検査面を、部品の内部にその形状に基づいて設定する。この検査面においてシミュレーションから得られた各種ひずみ分布の変化を分析することになるが、まずは全ひずみと弾性ひずみの分布の変化が、それぞれに対応する変形と応力の変化と整合していることを確認する。さらに、式(3)のひずみのつり合い式に基づき、全ひずみと弾性ひずみの分布の変化が他のいずれのひずみからの寄与によって生じるものであるのかを考察する。以上の手順により、熱処理変形と残留応力の発生理由、すなわちどのひずみからの寄与が顕著であるかということが解明されることになる。

シミュレーションひずみ法における具体的な作業は、次章で述べるように、検査面に生じる各種のひずみ分布の時間変化をグラフ化することである。筆者は、熱、変態と拡散のひずみについては、それらを加算したものを“膨張ひずみ”と定義することでグラフの種類を減らしている。なお、ひずみのグラフ化はシミュレーションひずみ法において必須ではなく、検査面におけるひずみのコンター図で代替することができる。一方、検査面における温度、相の体積分率、偏差応力などの分布のグラフは有益な補完情報となる。

#### 4. シミュレーションひずみ法の適用例

シミュレーションひずみ法は、熱処理変形と残留応力の典型的な事例に対して適用されてきている<sup>3)</sup>。最初の事例はキー溝付き円柱の焼曲り<sup>46)</sup>であり、続いて条件の異なる焼入れ円柱での主として残留応力に対して適用された<sup>47-49)</sup>。特に磯村による低Cr鋼円柱の水焼入れへの適用により、低Cr鋼の炭素濃度の違いが残留応力の分布と熱処理変形にいかに関与しているのかが明らかにされた。この手法は、その後、高周波焼入れ<sup>50)</sup>と浸炭焼入れ<sup>51)</sup>のリング、片側浸炭焼入れの鋼板<sup>52)</sup>などに適用された。

一方、この手法は、窒化による変形と残留応力の発生理由の説明にも適用されている。すなわち、Mailänder<sup>14)</sup>によるガス窒化後の円柱試験片の伸び<sup>53)</sup>、Sienzら<sup>15)</sup>によるその場測定された窒化中のオーステナイト系ステンレス鋼の板に生じる曲り<sup>54)</sup>、Christiansen<sup>36)</sup>によるAISI 316ステンレス鋼円板の低温窒化後における残留応力<sup>54)</sup>である<sup>55)</sup>。その他、堀野ら<sup>56)</sup>は、焼割れに係る応力の発生メカニズムの解明に適用した。

以下では、低Cr鋼円柱の水焼入れと鋼板の片側浸炭焼

きに対する適用事例について紹介し、続いて日本刀の反りと浸炭焼入れ表面側の圧縮残留応力という伝統的な問題への適用について触れる。

##### 4.1 低Cr鋼円柱の水焼入れ

磯村と佐藤<sup>34, 35)</sup>が、4種の低Cr鋼焼入れ円柱での残留応力分布としてFig.10を得たことについては、すでに節2.2において述べた。筆者<sup>49)</sup>はSUJ2鋼とSCr420鋼の残留応力に対してシミュレーションひずみ法を適用し、鋼種に固有の分布形状が生じる理由を明らかにした。同時に、鋼種によって円柱の伸びと径の変化に違いが生じる理由についても考察した。

シミュレーションひずみ法では、SUJ2鋼とSCr420鋼の円柱の長手中央に設けた検査面において、半径方向軸の中心から表面に沿う各種の量について分析する。温度の変化のシミュレーション結果は省略するが、水冷であるので円柱は速やかに外側から内側に向かって冷えていく。マルテンサイト変態のシミュレーション結果も省略するが、SUJ2鋼とSCr420鋼の炭素濃度はそれぞれ0.98% Cと0.20% CであるのでMsが異なり、SUJ2鋼円柱の方がSCr420鋼に比べてマルテンサイト変態の開始が遅れる。いずれの場合も、当初は表面から中心に向かって急速にマルテンサイト相の体積分率の割合が増加し、その後は中心部で緩やかに分率が上昇し、最終的には検査面に対して一様な分布となる。

シミュレーションから得られたSUJ2鋼とSCr420鋼の円柱における軸方向の各種ひずみ分布の時間変化は、それぞれFig.12とFig.13に示すようにグラフ化される。全ひずみについては、Fig.12 (e)およびFig.13 (e)に示すように、焼入れ中のいずれの時間においてもその分布は水平となる。焼入れ開始時点の0 sでの全ひずみは、SUJ2鋼とSCr420鋼の円柱でそれぞれ0.012と0.0095である。そして、これらは最終冷却段階では、それぞれ0.0048および0.0046のほぼ等しい値となる。このことは焼入れ後では両鋼円柱の伸びがほぼ一致することを意味するが、磯村が残した実験ノートに示された伸びの測定記録からもこのことが裏づけられる。

SUJ2鋼とSCr420鋼の円柱の膨張ひずみはそれぞれFig.12 (a)とFig.13 (a)に示されている。0 sでの膨張ひずみには熱ひずみと変態ひずみが含まれており、これは全ひずみと同じ分布となる。一方、最終冷却段階での膨張ひずみには変態ひずみのみが含まれ、SUJ2鋼とSCr420鋼ではそれぞれが0.0047および0.0011程度の値で一様な分布となる。この値は、炭素濃度依存性を考慮したマルテンサイト密度の実験式から得られる。

一方、最終冷却段階の全ひずみは、SUJ2鋼とSCr420鋼の円柱のいずれもが0.005程度である。SUJ2鋼円柱では、Fig.12に示すように弾性ひずみ、塑性ひずみ、およ

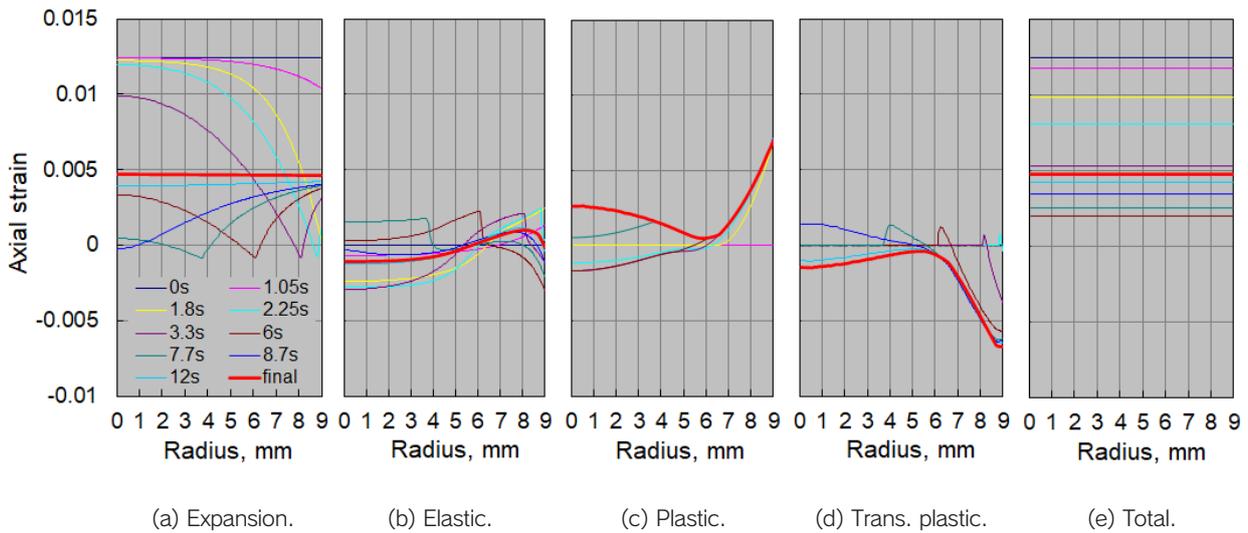


Fig.12 Simulated axial strain changes in SUJ2 steel cylinder.

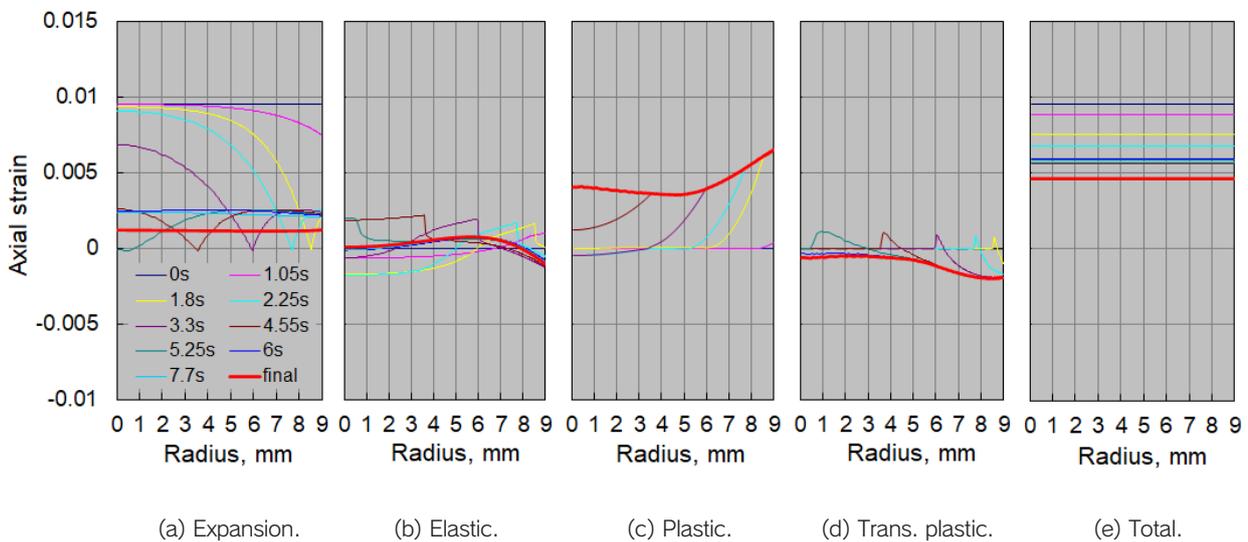


Fig.13 Simulated axial strain changes in SCr420 steel cylinder.

ひ変態塑性ひずみの分布が打ち消しあうことが確認できる。一方、SCr420鋼円柱では、Fig.13に示すように、弾性ひずみ、塑性ひずみおよび変態塑性ひずみの内、主として塑性ひずみからの寄与分の0.004程度が冷却中に膨張ひずみに加算されることで全ひずみが上昇したことがわかる。

残留応力の分布についてはFig.10に示したように、軸方向応力分布の正のピークはSCr420鋼よりもSUJ2鋼の円柱の方が表面に近い位置に生じる。同じ傾向は、Fig.12 (b)およびFig.13 (b)に示す最終冷却段階での軸方向弾性ひずみの分布のピークにも現れている。したがって、軸方向弾性ひずみ分布のピークの傾向が生じる理由を説明すればよいことになる。このことは、塑性ひずみと変態塑性ひずみの分布の形状の重ね合わせが弾性ひずみの形状に対応することから説明ができる。塑性ひずみと変態塑性ひずみが鋼種によって異なる傾向の分布となることに

いては、偏差応力や変態速度などの分析によって説明は可能であるが、詳細については割愛する。

シミュレーションひずみ法では、続いてSUJ2鋼とSCr420鋼の円柱の円周方向ひずみ分布についても同様の時間変化の図を作成する。円周方向ひずみ分布の図からは、熱処理後にSUJ2鋼の円柱の径が増加するが、SCr420鋼の円柱ではほとんどその変化が見られない理由について説明することができる。Fig.10に示したSUJ2鋼とSCr420鋼の円周方向残留応力分布において傾向の違いが発生する理由についても、軸方向と同様に説明が可能である。

#### 4.2 鋼板の片側浸炭焼入れ

薄肉鋼板を片側浸炭焼入れした場合に生じる曲りについては、節2.1において述べたようにLarson<sup>20)</sup> および Henriksenら<sup>21)</sup> によって報告されている。この特徴のあ

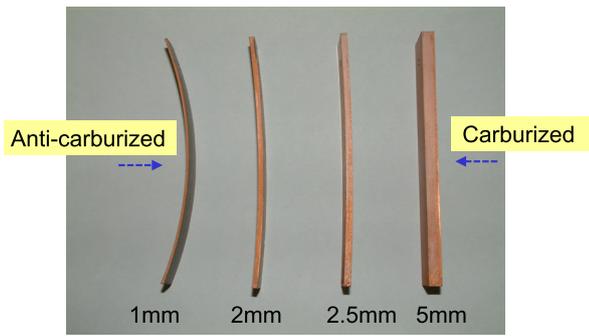


Fig. 14 Distortion in plates with different thickness.

る曲り現象を再現させるため、筆者ら<sup>52)</sup>は長さ100 mmで幅20 mmのSCr420鋼板試験片(厚さが1, 2, 2.5, 5 mm)を片側浸炭焼入れした。得られた試験片の曲り形状をFig. 14に示す。

厚さ1 mmの鋼板の曲り発生メカニズムは、シミュレーションひずみ法を適用することによって解明されている<sup>52)</sup>。そのために鋼板の長手中央に検査面が設けられ、その厚さ方向軸の浸炭防止面から浸炭面の方向に沿って、シミュレーション結果がグラフ化された。

まず、浸炭過程の複数の段階に対し、Fig. 15に示すように、浸炭防止面(Distance=0 mm)から浸炭面(Distance=1 mm)に沿って弾性ひずみ、塑性ひずみ、膨張ひずみおよび全ひずみの長手方向成分の分布がプロットされた。曲線Aは930℃での浸炭過程の開始段階に対応する。一方、曲線BとCは、それぞれ炭素ポテンシャル1.2%Cで1.4 h保持した後の段階、続いて炭素ポテンシャルを0.9%Cに下げて1.0 h保持した後の段階を示す。さらに、曲線DとEは、それぞれ、段階Cから温度を870℃まで下げた後の段階、そしてこの状態をさらに0.5 h保持した後の段階に対応する。なお、グラフの縦軸のひずみに対する縮尺はFig. 15 (a)と(b)の弾性ひずみと塑性ひずみ、そして(c)と(d)の膨張ひずみと全ひずみとで

異なる。

全ひずみはFig. 15 (d)に示すようにすべての段階で線形分布となる。全ひずみ分布が段階Aで水平であることは、鋼板に曲りが生じていないことを意味する。その後の右上がりの分布は、Fig. 14に示した最終状態で鋼板に生じたのと同じ傾向の曲りに対応する。

膨張ひずみは、ここでは熱、拡散、そして変態のひずみの合計量である。この分布は、Fig. 15 (c)に示すように、板に生じる熱、拡散、および変態による膨張によって変化する。段階Aでは膨張ひずみだけでなく、弾性ひずみ、塑性ひずみ、および全ひずみの分布も水平である。

段階Bまでには、1.2%C炭素ポテンシャルでの1.4 h浸炭によって鋼板の浸炭面側には炭素が拡散し、そこでの膨張ひずみの分布は、Fig. 15 (c)に示すように拡散ひずみの寄与によって上昇する。同時に、弾性ひずみ、塑性ひずみ、および全ひずみには、それぞれ、Fig. 15 (a), (b), および(d)に示す分布が生じる。なお、弾性ひずみと塑性ひずみの分布形状は、全ひずみと膨張ひずみの分布、そして式(3)のひずみのつり合い条件を満たしている。

段階Cでの膨張ひずみの分布は、Fig. 15 (c)に示すように拡散ひずみが浸炭面近くでは炭素ポテンシャルの低下による炭素濃度の減少によって下降し、一方、鋼板内部では拡散の進行による炭素濃度の増加によって上昇する。この結果として、弾性ひずみ分布は、Fig. 15 (a)に示すようにいくぶん平坦な形状となる。続いて、温度が低下した段階Dでは、膨張ひずみと全ひずみの分布がFig. 15 (c)と(d)に示すように段階Cでの形状を維持したまま下方に移動する。段階Dと浸炭終了の段階Eの間ではいずれのひずみについてもその分布における変化は少ない。

段階CからEの間で鋼板に生じる曲りについては、簡便な方法で推定することができる<sup>52)</sup>。そのためには、炭素濃度が線形分布で、浸炭防止面と浸炭面での値がそれぞれ0.2と0.85%Cであると仮定する。そして、温度と炭

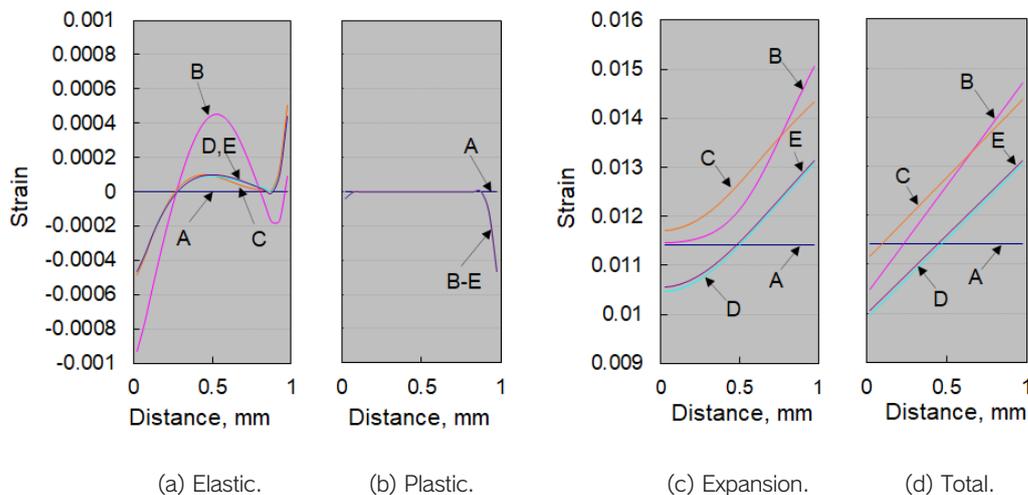


Fig. 15 Simulated strain distributions in 1 mm thickness plate during carburizing.

素濃度の依存性を考慮したオーステナイト密度の経験式を使用し、900℃で炭素濃度が0.2と0.85% Cの場合の拡散ひずみを求め、その差として0.0032を得る。この値は、Fig.15 (d)の全ひずみのシミュレーション結果における、たとえば段階Cでの浸炭防止面と浸炭面での差である0.003に対応する。

全ひずみの浸炭防止面と浸炭面での差、そして鋼板の曲り形状が円弧であるとの仮定により、浸炭過程の段階CからEでは板中央の曲り変位が、幾何学的関係より4.0 mm程度であると計算できる<sup>52)</sup>。一方、Prantilら<sup>22)</sup>は、化学組成がいくぶん異なる1.3 mm厚さの鋼板に対し、対応する変位は8 mm程度であるとのシミュレーション結果を報告している。

次に、浸炭後の油冷却時のシミュレーション結果に対し、シミュレーションひずみ法を適用する。1 mm厚さの鋼板の温度は、板厚方向にほぼ一様な状態で室温に向かって低下していく。一方、マルテンサイト変態は、その開始温度の炭素濃度依存性により、浸炭防止面側が浸炭面側に比べてその発生と進展は早まる。

油冷却中には、シミュレーションから得られた各種のひずみの分布がFig.16に示すように変化する<sup>52)</sup>。なお、個々の分布曲線には冷却開始からの時間が示されている。膨張ひずみの分布は、Fig.16 (d)に示すように、マルテンサイト変態が生じるまでは0 sでの形状を保持したままで、熱収縮によって下方に移動する。マルテンサイトは浸炭防止面側から生じ、2 sから3.5 sの間では膨張ひずみの増加に寄与する。浸炭面側で遅れて発生するマルテンサイ

トは、5 sでは正の変態ひずみとして膨張ひずみ分布の上昇に寄与する。10 sから20 s、そして最終冷却段階へと状況が進展するに伴い、膨張ひずみ分布の形状は冷却前のものに近づく。

全ひずみの分布は、Fig.16 (e)に示すようにいずれの冷却時間においても線形であるが、2 sと2.75 sの間でその傾きは逆転する。そして、5 sと10 sの間で元の傾きに戻り、最終冷却段階ではその勾配は0 sでの値に比べて大きくなる。

弾性ひずみと塑性ひずみはそれぞれFig.16 (a)と(b)に示すように分布が変動する。特に弾性ひずみの分布は2.75 sと3.5 sにおいて大きな山谷を示すが、これは同じ時間帯で膨張ひずみの分布に生じる谷が影響しているものと考えられる。最終的には浸炭防止面側に負の領域、そしてこれに比べて絶対値の小さな正の領域がその他の部分に生じる。

塑性ひずみは、Fig.16 (b)に示すように1.5 sから2.75 sの間に浸炭面側に正の山、そしてそのごく表面に近い部分に負の谷が生じる。最終的には浸炭面側の正の山がいくぶんフラットになる。

変態塑性ひずみは、Fig.16 (c)に示すように冷却の初期では浸炭防止面側に負、そして5 s以降では浸炭面側に正の分布が生じる。最終冷却段階では右上がりの傾向が際立つ分布が生じる。そして、変態塑性ひずみの分布に膨張ひずみの分布を加えたものは、全ひずみの分布とほぼ一致する。したがって、最終冷却段階で鋼板に生じる曲りは、主として、炭素濃度の線形分布に対応するマルテンサイトの

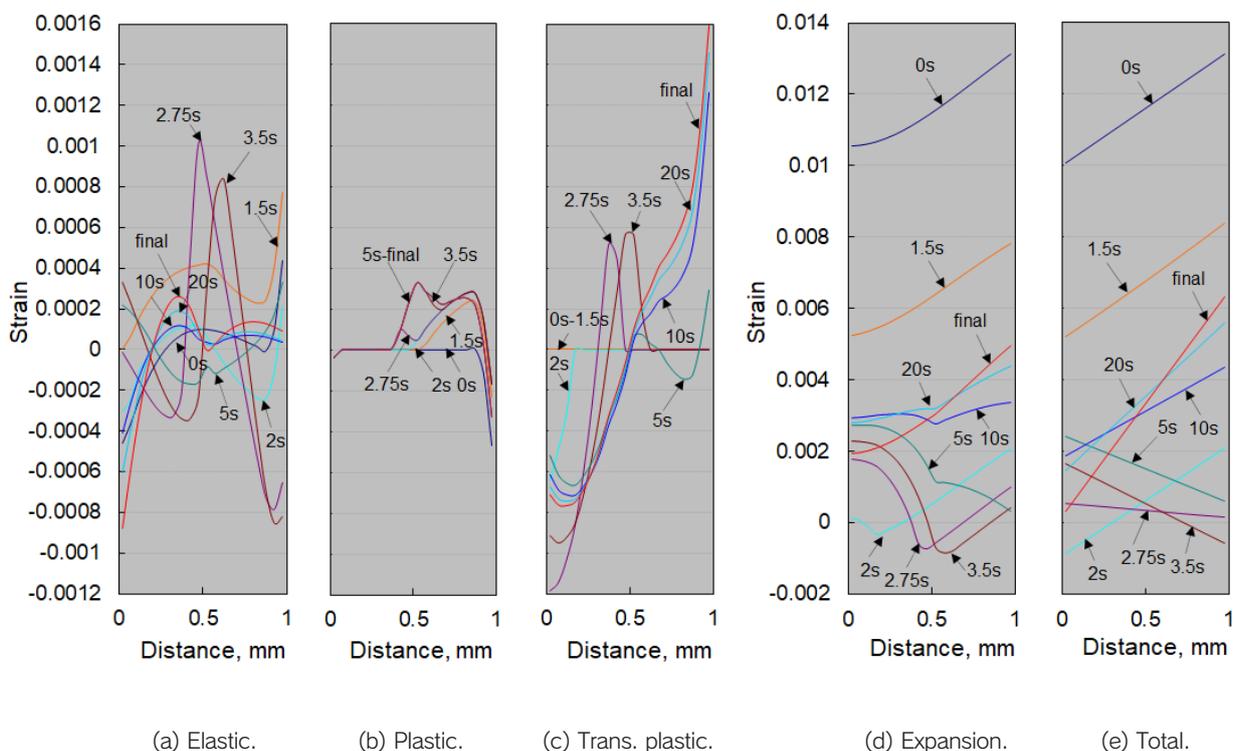


Fig.16 Simulated strain distributions in 1 mm thickness plate during oil quenching.

膨張ひずみと変態塑性ひずみの寄与によるものと考えることができるとは、

最終冷却段階の変態塑性ひずみが右上がりの分布となることについては、Fig.11に示した、変態塑性ひずみと応力の偏差成分、さらには相変態の進行との関係を用いれば説明が可能である。すなわち、マルテンサイト変態は0 sから3.5 sの間で浸炭防止面側に生じるが、ここでは偏差応力の長手方向成分が負であり、その結果、Fig.16 (c)に示すように負の変態塑性ひずみ成分が発生する。一方、5 sからは浸炭面側でマルテンサイト変態が生じるが、ここでは偏差応力の長手方向成分が正であり、その結果、正の変態塑性ひずみ成分が発生する。

#### 4.3 伝統的な問題

熱処理変形と残留応力における象徴的な事例には、その発生理由についての説明が伝承されてきているものがある。たとえば、日本刀の焼入れにおける反りや浸炭焼入れ部品の表面近くでの圧縮残留応力の発生についてである。

日本刀の反りについては、すでに節2.1で述べたように、相間の密度差だけでなく塑性ひずみが起因するという二要因説が発表された。しかし、この説は普及せず、相間の密度差のみが要因であるという旧来の説が広まったままである。二要因説が普及しなかったのは、温度変化によって生じる塑性変形について明瞭に説明できなかったことにあるのではないかと考える。

この反りに関しては、すでに節2.1で述べた日本刀断面を持つ三種の鋼試験片による焼入れ実験により、二要因説が有力になっている。その後、この実験に対してはシミュレーションひずみ法が適用され、日本刀試験片の反りには断面に生じる変態ひずみと塑性ひずみが寄与することが明らかにされている<sup>57)</sup>。さらに、変態塑性ひずみの影響が、藤原と英<sup>37)</sup>が指摘した焼入れ中の逆反りに関連して考察がなされようとしている。

浸炭焼入れ部品の表面近くでの圧縮残留応力の発生理由について、Koistinenは、節2.2で述べたように、炭素が高濃度の表面側におけるマルテンサイト変態の遅延を理由としている。すなわち、マルテンサイトの発生による膨張が中央部から拘束されることによって圧縮応力が発生するという内容である。筆者ら<sup>51)</sup>は、節2.1で述べた山中ら<sup>24)</sup>の浸炭焼入れリングの研究にシミュレーションひずみ法を適用し、変形だけではなく残留応力の発生のメカニズムについても考察した。その結果、表面側の圧縮の残留応力の発生は、冷却の最後の段階でその領域に正の大きな塑性ひずみが発生し、それに対応するために負の弾性ひずみもたらされていることを見出した。この正の塑性ひずみは、表面部が長時間オーステナイトのまま冷却される際、負の熱ひずみに対応して生じていることが確認できた。

## 5. おわりに

シミュレーションひずみ法は、シンプルな形状への適用ではあるが、普通焼入れ、浸炭焼入れ、高周波焼入れ、窒化の過程における熱処理変形と残留応力の発生理由の解明に貢献している。一方、この手法は、日本刀の反りのような伝統的なテーマに対しても明快な説明を与えている。

熱処理シミュレーションは数値実験として利用することで、実験数を低減することに寄与している。しかし、熱処理変形や残留応力の問題に関係しているひずみの種類が分かれば、その発生に寄与する要因の把握が可能となる。そして、この要因を制御することにより、問題解決の方向が見出せる可能性が出てくるものと考えられる。少なくともどのひずみが現象に影響を与えるかを知ることは、問題を合理的に解決するための糸口となる。

シミュレーションひずみ法が、実際の熱処理部品により多く適用されることにより、問題が引起す経済的損失の削減に貢献することを期待したい。そして、熱処理だけではなく、鋳造、溶接、塑性加工、表面処理などの変形や残留応力が問題となる分野においても、この方法が利用されることは意義があるものと考えられる。

## 参考文献

- 1) 有本 享三：熱処理，51 (2011) 4，212.
- 2) 有本 享三：熱処理，51 (2011) 5，265.
- 3) K. Arimoto: "Thermally-Processed Steels: Residual Stresses and Distortion", In Encyclopedia of Iron, Steel, and Their Alloys, Taylor and Francis, New York, Published online: 13 Apr (2016), 3605.
- 4) 有本 享三：熱処理，56 (2016) 3，106.
- 5) 有本 享三：“鉄の技術と歴史” 研究フォーラム，第22回公開研究発表会 論文集，東京工業大学，2017年7月22日，61.
- 6) 俵 國一：日本刀の科学的研究，日立評論社 (1953).
- 7) 岩崎 航介：刃物の見方，三条金物青年会 (1969).
- 8) H. Whiteley: J. Iron Steel Inst., 98 (1918), 211.
- 9) 磯村 良蔵：熱処理，11 (1971) 5，307.
- 10) A. Portevin and A. Sourdillon: Revue de Metallurgie, 24 (1927), 215.
- 11) D. Hattori: Sci. Rep. Tohoku Univ., 18 (1929) 5, 665.
- 12) E. Ameen: Trans. ASM, 28 (1940), 472.
- 13) W. H. Cunningham and J. S. Ashbury: J. of Iron and Steel Inst., 124 (1931), 215.
- 14) R. Mailänder: Archiv Eisenhüttenwes., 10 (1936) 6, 257.

- 15) S. Sienz, S. Mändl and B. Rauschenbach: Surface and Coatings Technology, 156 (2002), 185.
- 16) G. G. Stoney: Proc. Royal Soc. London, A82 (1909), 172.
- 17) 菊田 多利男: 鉄鋼学上より見たる日本刀, 日進社 (1933).
- 18) 服部 傳三郎: 機械學會誌, 32 (1929), 41.
- 19) 磯村 良蔵, 佐藤 初吉: 鉄道技術中間報告 (1954) 8, 5.
- 20) D. B. Larson: Finite Element Analysis of Residual Stress and Distortion in Forged and Carburized Gear Steel, M.S. thesis T-3932, Colorado School of Mines, Golden, CO. (1990)
- 21) M. Henriksen, D. B. Larson and C. J. Van Tyne: Trans. ASME, Oct. (1992) 114, 362.
- 22) V. C. Prantil, M. L. Callabresi, J. F. Lathrop, G. S. Ramaswamy and M. T. Lusk: ASME J. Eng. Mater. Tech., 125 (2003), 116.
- 23) 有本 享三, 生田 文昭, 井上 達雄: 熱処理, 34 (1994) 6, 332.
- 24) 山中 茂, 坂之上 隆行, 吉井 聡一, 井上 達雄: 材料, 48 (1999) 7, 733.
- 25) S. P. Timoshenko: History of Strength of Materials. Dover Publications Inc., New York (1983). (最上 武雄, 川口 昌宏, 訳, 材料力学史, 鹿島出版会 (1974)).
- 26) E. J. Heyn: Inst. Metal., 12 (1914), 3.
- 27) H. Scott: Scientific Papers of the Bureau of Standards, 20 (1925) 513, 399.
- 28) 有本 享三: 山陽特殊製鋼技報, 20 (2013) 1, 11.
- 29) E. Maurer: Stahl und Eisen, 47 (1927) 32, 1323.
- 30) 田中 実: 東京工業大学学報, 特別号(精密機械研究所報第2号) (1949), 1.
- 31) G. Sachs: Z. Metallkunde, 27 (1919), 352.
- 32) H. Bühler, H. Buchholtz and E. H. Schulz: Arch. Eisenhüttenwes, 5 (1932) 8, 413.
- 33) H. Bühler and E. Scheil: Arch. Eisenhüttenwes, 6 (1933) 7, 283.
- 34) 磯村 良蔵, 佐藤 初吉: 日本金属学会誌, 26 (1962), 745.
- 35) 磯村 良蔵: “鋼の熱処理と残留応力”, アグネ技術センター (1996).
- 36) T. Christiansen: Low Temperature Surface Hardening of Stainless Steel, Ph.D. Thesis, Technical University of Denmark (2004), 217.
- 37) 藤原 晴夫, 英 崇夫: 徳島大学工学部研究報告, 38 (1993), 1.
- 38) 本多 光太郎, 広根 徳太郎: 理研彙集, 14 (1935), 525.
- 39) 広根 徳太郎: 理研彙集, 15 (1936), 243.
- 40) 広根 徳太郎: 理研彙集, 16 (1937), 1229.
- 41) 井上 達雄, 田中 喜久昭: 材料, 22 (1973) 234, 218.
- 42) F. G. Rammerstorfer, D. F. Fischer and W. Mitter, K. J. Bathe, M. D., Snyder: Computer and Structures, 13 (1981) 5-6, 771.
- 43) W. Mitter, F. G. Rammerstorfer, O. Grundler and G. Wiedner: Mats. Sci. Tech., 1 (1985) 10, 793.
- 44) S. Denis, E. Gautier, A. Simon and G. Beck: Mats. Sci. Tech., 1 (1985) 10, 805.
- 45) D. P. Koistinen: Trans. ASM, 50 (1958), 227.
- 46) 有本 享三, 奈良崎 道治: 熱処理, 42 (2002) 5, 346.
- 47) K. Arimoto, T. Horino, F. Ikuta, C. Jin, S. Tamura and M. Narazaki: J. ASTM Int., 3 (2006), Paper ID: JAI14204.
- 48) K. Arimoto and K. Funatani: Proceedings of the 24th Heat Treating Conference, ASM International, (2007) 163.
- 49) K. Arimoto, T. Horino, F. Ikuta, C. Jin and S. Tamura: Proceedings of the 2005 Heat Treating Conference, ASM International (2006), 253.
- 50) T. Horino, F. Ikuta, K. Arimoto, C. Jin and S. Tamura: J. ASTM Int., 6 (2009) 4, Paper ID: JAI101809.
- 51) K. Arimoto, S. Yamanaka and K. Funatani: J. ASTM Int., 5 (2008) 10, Paper ID: JAI101797.
- 52) K. Arimoto: Int. J. Microstructure and Materials Properties, 10 (2015) 3/4, 201.
- 53) K. Arimoto, F. Ikuta and S. Yamanaka: Int. J. Microstructure and Materials Properties, 7 (2012) 4, 353.
- 54) K. Arimoto, F. Ikuta, S. Yamanaka and K. Funatani: Int. J. Microstructure and Materials Properties, 5 (2010) 4/5, 386.
- 55) 有本 享三: 熱処理, 55 (2015) 2, 93.
- 56) T. Horino, H. Inoue, F. Ikuta and K. Kawasaki: Proceedings of IDE 2011, Bremen, Germany, (2011), 339.
- 57) 有本 享三, 伊與田 宗慶, 吉井 聡一: 日本熱処理技術協会, 第87回春季講演大会 (2019), 33.